

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το άθροισμα των τετραγώνων των κάθετων πλευρών του είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας. (Πυθαγόρειο Θεώρημα).

Μονάδες 10

Για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις B, Γ, Δ, E και ΣΤ να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και, ακριβώς δίπλα, την ένδειξη (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή (Λ), αν αυτή είναι λανθασμένη.

- B.** Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο του ύψους του, που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών του στην υποτείνουσα.

Μονάδες 3

- Γ.** Το τετράγωνο πλευράς τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από αμβλεία γωνία είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, ελαττωμένο κατά το διπλάσιο γινόμενο της μιας από αυτές επί την προβολή της άλλης πάνω σε αυτή.

Μονάδες 3

- Δ. Το εμβαδόν E ενός τριγώνου $ΑΒΓ$ δίνεται από τον τύπο $E = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R}$, όπου R είναι η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου και α, β, γ τα μήκη των πλευρών του.

Μονάδες 3

- Ε. Για την πλευρά λ_3 ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R ισχύει $\lambda_3 = R\sqrt{3}$.

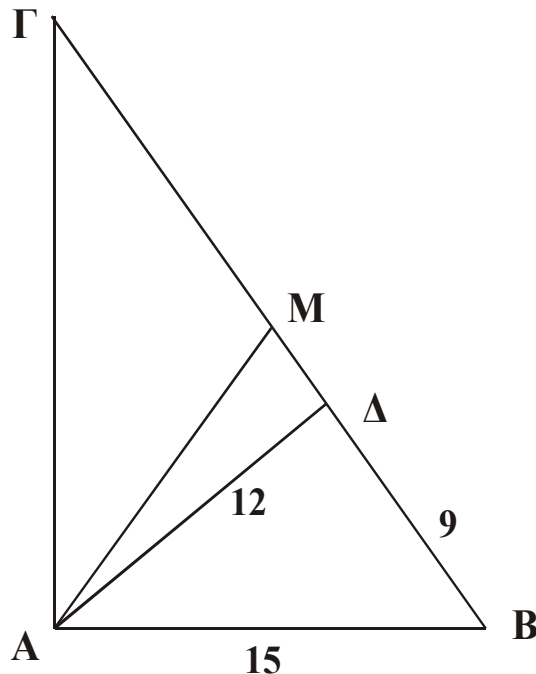
Μονάδες 3

- ΣΤ. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτεινούσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτεινούσα.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται το ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$, $ΑΒ = 15$, το μέσον $Μ$ της υποτεινούσας $ΒΓ$ του τριγώνου και το σημείο Δ της $ΒΓ$, για το οποίο ισχύει: $Α\Delta = 12$, $Β\Delta = 9$.



- α. Να αποδείξετε ότι το $Α\Delta$ είναι ύψος του τριγώνου $ΑΒΓ$.

Μονάδες 7

β. Να υπολογίσετε τις πλευρές ΒΓ και ΑΓ του τριγώνου ΑΒΓ.

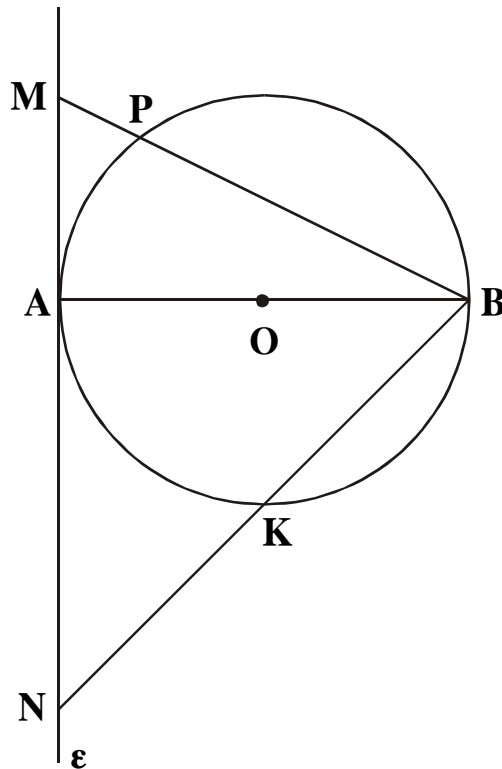
Μονάδες 10

γ. Να υπολογίσετε την προβολή της διαμέσου ΑΜ στην πλευρά ΒΓ και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΜΔ.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ο κύκλος (Ο, R). Η ΑΒ είναι διάμετρος του κύκλου και η ευθεία ε εφάπτεται του κύκλου στο σημείο Α.



Εκατέρωθεν του Α θεωρούμε τα σημεία Μ, Ν της ευθείας ε. Αν οι ΒΜ, ΒΝ τέμνουν τον κύκλο στα σημεία Ρ, Κ αντίστοιχα, τότε:

α. Να αποδείξετε ότι $MB^2 - AB^2 = MP \cdot MB$.

Μονάδες 10

β. Να αποδείξετε ότι $MB^2 - NB^2 = MP \cdot MB - NK \cdot NB$.

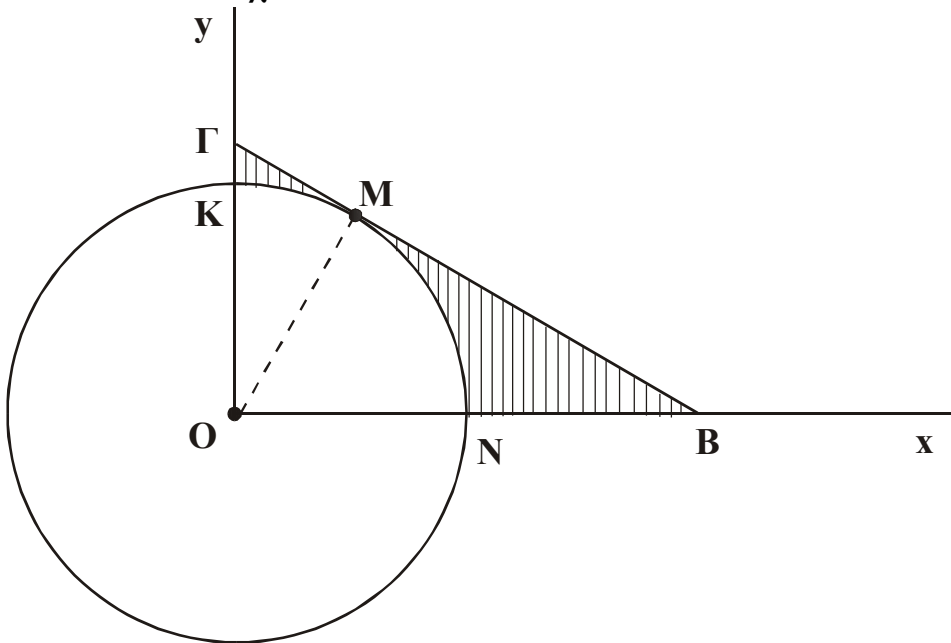
Μονάδες 7

γ. Αν $AM = R$ και $AN = 2R$, να υπολογίσετε το λόγο $\frac{NK^2}{MP^2}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται η ορθή γωνία \hat{xOy} , ο κύκλος (O,R) , με $R = 12$, ο οποίος τέμνει τις πλευρές Ox , Oy της γωνίας στα σημεία N , K αντίστοιχα και το σημείο B της Ox , για το οποίο ισχύει $OB = 24$.



Αν η εφαπτομένη του κύκλου, που άγεται από το σημείο B , εφάπτεται του κύκλου στο σημείο M και τέμνει την πλευρά Oy στο σημείο Γ , τότε:

α. Να αποδείξετε ότι η γωνία \hat{MON} είναι κεντρική γωνία κανονικού εξαγώνου και να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα \widehat{OMN} .

Μονάδες 10

β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του τριγώνου $OB\Gamma$.

Μονάδες 15

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα δεν θα τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο να γίνουν με στυλό διαρκείας (μπλε ή μαύρο).
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε οποιαδήποτε άλλη σημείωση.
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ